

INVERSI DATA GAYA BERAT 3D BERBASIS ALGORITMA FAST FORIER TRANSFORM DI DAERAH BANTEN INDONESIA

Oleh :

Gusti Ayu Esty Windhari

Dosen Tetap pada Fakultas Teknik Universitas Nusa Tenggara Barat

Abstrak: Telah dibuat *listing* program berbahasa pemograman Matlab untuk menginversikan data anomali medan gaya berat menjadi model topografi densitas menggunakan algoritma *Fast Fourier Transform*. Hasil pemograman menampilkan kontur topografi yang dihasilkan dari proses inversi, kontur gravitasi hasil perhitungan serta kontur perbedaan hasil pemodelan dengan data hasil perhitungan. Iterasi akan berhenti ketika kesalahan RMS lebih rendah dari nilai yang ditentukan sebagai kriteria konvergen atau sampai iterasi maksimum tercapai. Hasil inversi menunjukkan proses iterasi untuk nilai topografi berhenti pada saat RMS error sekitar 0,10024% pada iterasi keempat. Topografi yang terbentuk sesuai dengan keadaan geologi daerah penelitian yang sedang mengalami interusi magma, terlihat dari undulasi yang diperlihatkan.

Kata Kunci: Inversi, Gaya Berat, Algoritma, Banten

PENDAHULUAN

Metode gaya berat merupakan penyelidikan geofisika yang didasarkan karena adanya variasi percepatan gravitasi di permukaan bumi. Massa jenis yang berbeda serta posisi titik amat pada permukaan bumi menyebabkan bervariasinya percepatan gravitasi bumi. Metode ini sering digunakan sebagai metode awal penyelidikan struktur bawah permukaan bumi karena sangat efisien untuk pemetaan keseluruhan dalam suatu area luas yang menjangkau struktur bagian dalam dan dangkal bawah permukaan bumi.

Metode inversi gaya berat dapat dibuat secara dua dimensi ataupun tiga dimensi dengan cara membandingkan anomali gravitasi hasil pengamatan dengan nilai anomali gaya berat dari model geometri yang dibuat. Dengan berkembangnya teknologi dan kebutuhan akan interpretasi data gaya berat yang lebih akurat, maka dibutuhkan algoritma inversi data gaya berat yang dapat merepresentasikan model yang sesuai dengan keadaan geologi. Salah satu metode yang cukup berkembang dalam pemodelan adalah algoritma berdasarkan *Fast Fourier Transform*. Metode ini dapat memudahkan interpretasi geofisika dengan jumlah *grid* data yang cukup besar. Salah satu aplikasinya dikembangkan oleh Parker (1972) yang menurunkan ekspansi matematika dan menunjukkan bahwa metode *Fast Fourier Transform* dapat digunakan untuk menghitung anomali gaya berat yang disebabkan diskontinuitas lapisan. Selanjutnya, Oldenburg (1974) menemukan bahwa metode Parker dapat diatur

kembali untuk menghitung topografi kontras densitas dari anomali gravitasi. Dari proses inversi yang dilakukan akan diperoleh parameter-parameter dari sebaran densitas di dalam bumi secara langsung dan dapat dilakukan dalam wilayah spasial dan atau frekuensi.

Masalah utama yang dihadapi dalam pemodelan gravitasi adalah ketidak-unikannya suatu data. Banyak model yang sesuai dengan data yang ada, sehingga menyulitkan untuk menentukan model mana yang sebenarnya merepresentasikan data observasi dilapangan. Maka akan dibahas tentang penentuan parameter syarat batas seperti kontras densitas dan estimasi kedalaman bidang batas anomali lokal-regional yang selanjutnya akan digunakan sebagai input data untuk menginversikan data yang ada.

TEORI DASAR

Dalam metode finite element untuk tiga dimensi, jumlah data yang banyak menyebabkan perhitungan komputasi membutuhkan waktu yang sangat lama. Untuk itu penggunaan transformasi Fourier akan sangat membantu untuk meminimalkan perhitungan tersebut. Parker membuat suatu algoritma untuk menghitung gradient gravitasi dari keadaan massa suatu topografi. Penggunaan metode *Fast Fourier Transformasi* yang dibuat Parker dapat digunakan untuk menghitung anomaly gravitasi akibat adanya variasi material di bawah permukaan.

Algoritma yang dibuat Parker menunjukkan suatu notasi berbeda dari cara biasa. Dalam diagram kartesian dengan \hat{z} sumbu vertikal ke atas, posisi direpresentasikan oleh vector $\mathbf{r} = (x, y, z)$ dengan proyeksi \mathbf{r} untuk $x - y$ dituliskan sebagai \vec{r} . dimana:

$$\vec{r} = \mathbf{r} - \hat{z}\hat{z} \cdot \mathbf{r}$$

Fungsi kebalikannya dapat dituliskan :

$$\mathbf{r} = (\vec{r}, z) = (\vec{r}, \hat{z} \cdot \mathbf{r})$$

$$\vec{k} \cdot \mathbf{r} = \vec{k} \cdot \vec{r}$$

Transformasi Fourier dari fungsi $f(\vec{r})$ di definisikan :

$$F[f(\vec{r})] = \int_z dS f(\vec{r}) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) \quad (3.1)$$

Dimana \vec{k} adalah vector gelombang pada fungsi transformasi dan X diambil dari batas $x-y$. Syarat batas bawah yang digunakan $z = 0$ dan batas atas $z = h(\vec{r})$ dengan $h(\vec{r}) = 0$ jika $|\vec{r}| > R$. Potensial gravitasi untuk posisi r_o dituliskan:

$$U(r_o) = G\rho \int_{h(r)} \frac{dV}{|\mathbf{r}_o - \mathbf{r}|} = G\rho \int_D dS \int_0^{h(r)} \frac{dz}{|\mathbf{r}_o - \mathbf{r}|} \quad (3.2)$$

Dengan memisalkan pengamatan pada bidang $z = z_o$, sehingga nilai U hanya bergantung pada r_o . Transformasi Fourier dari persamaan (3.2) dapat dituliskan:

$$F[U(\vec{r}_o)] = \int_x dS_o U(r_o) \exp(i\vec{k} \cdot \mathbf{r}_o) \quad (3.3)$$

$$= G\rho \int_D dS_o \int_x dS \exp(i\vec{k} \cdot \mathbf{r}_o) \int_0^{h(r)} \frac{dz}{|\mathbf{r}_o - \mathbf{r}|} \quad (3.4)$$

$$= G\rho \int_D dS \int_0^z dz \int_x dS_o \frac{\exp(i\vec{k} \cdot \mathbf{r}_o)}{|\mathbf{r}_o - \mathbf{r}|} \quad (3.5)$$

Integral menggunakan analitik koordinat polar (Bracewell 1965), didapatkan:

$$F(U) = G\rho \int_D dS \int_0^{h(r)} dz \frac{\{2\pi \exp(i\vec{k} \cdot \mathbf{r} - |\vec{k}| (z_o - z))\}}{|\vec{k}|} \quad (3.6)$$

$$= 2\pi G\rho \int_D dS \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} - |\vec{k}| z_o) \frac{\{\exp[|\vec{k}| h(\vec{r})] - 1\}}{|\vec{k}|^2} \quad (3.7)$$

dari

$$\exp|\vec{k}| h(\vec{r}) = 1 + |\vec{k}| h(\vec{r}) + \frac{1}{2!} |\vec{k}| h(\vec{r})^2 + \frac{1}{3!} |\vec{k}| h(\vec{r})^3 + \dots$$

Integral di atas belum merupakan *Transformasi Fourier*, dengan menggunakan fungsi Taylor maka didapat :

$$F(U) = 2\pi G\rho \exp(-|\vec{k}| z_o) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|\vec{k}|^{n-2}}{n!} F[h^n(\vec{r})] \quad (3.8)$$

Persamaan (3.8) merupakan jumlah transformasi Fourier.

Koreksi medan akan mempengaruhi daya tarik vertikal dari material di bawah bumi, dan bukan potensialnya. Maka hubungannya didapat dengan memisalkan massa ($\hat{z} \cdot \mathbf{r}_o > \max = \{h(\vec{r}_o)\}$), $\nabla^2 U = 0$. Jadi potensial dapat dituliskan:

$$U(r_o) = \frac{1}{4\pi^2} \int d^2k \hat{U}(\vec{k}) \exp(-|\vec{k}| \hat{z} \cdot \mathbf{r}_o - i\vec{k} \cdot \mathbf{r}_o) \quad (3.9)$$

dengan,

$$F[U(r_o)] = \hat{U}(\vec{k}) \exp(-|\vec{k}| \hat{z} \cdot \mathbf{r}_o)$$

Komponen gravitasi untuk gradient vertikal Δg didefinisikan :

$$\Delta g = + \frac{\partial U}{\partial z}$$

dari hubungan di atas didapat :

$$F[\Delta g] = -|\vec{k}| F(U)$$

Maka didapat persamaan Parker berbasis *Fast Fourier Transform* dapat dituliskan sebagai :

$$F(\Delta g) = -2\pi G\rho \exp(-|\vec{k}| z_o) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|\vec{k}|^{n-1}}{n!} F[h^n(\vec{r})] \quad (3.10)$$

Pada kasus koordinat kartesian 2-D, Oldenburg mencoba menurunkan ekspansi persamaan Parker yang dinyatakan dengan :

$$F[\Delta g(x)] = -2\pi G\rho \exp(-|\vec{k}| z_o) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|\vec{k}|^{n-1}}{n!} F[h^n(x)] \quad (3.11)$$

dapat pula dituliskan sebagai :

$$F[h(x)] = - \frac{F[\Delta g(x)] \exp|\vec{k}| z_o}{(2\pi G\rho)} = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{|\vec{k}|^{n-1}}{n!} F[h^n(x)] \quad (3.12)$$

Persamaan (3.12) dapat diselesaikan secara iteratif dengan menetapkan nilai $h(x)$, dimulai dari $h(x) = 0$. Oldenburg (1974) menggunakannya sesuai syarat:

$$R_n = \max_{\text{overall } k} \left| \exp(-|\vec{k}| z_0) \frac{|\vec{k}|^{n-1}}{n!} F[h^n(x)] \right| \quad (3.13)$$

Iterasi dari 1 sampai n digunakan untuk mendapat Δg dari persamaan Oldenburg (3.12), iterasi dihentikan saat $R_n/R_1 < \delta$ terpenuhi, dengan δ adalah nilai yang terkecil. Untuk persamaan (3.12), syarat yang digunakan adalah:

$$S_n = \max_{\text{overall } k} \left| \exp(-|\vec{k}| z_0) \frac{|\vec{k}|^{n-1}}{n!} F[h^n(x)] \right| \quad (3.14)$$

Dilakukan iterasi juga sampai $S_n/S_1 < E$ dengan E bernilai sangat kecil.

Pengoperasian masalah inversi dalam persamaan (3.12) akan tidak stabil untuk frekuensi tinggi, maka dibutuhkan *high cut filter*. Oldenburg (1974) dan Nagendra et al. (1996), mendefinisikan filter sebagai:

$$HCF(k) = \begin{cases} 1, & \frac{|k|}{2\pi} < WH, \\ \frac{1}{2} \left(1 + \cos \left(\frac{k - 2\pi WH}{2(SH - WH)} \right) \right), & WH \leq \frac{|k|}{2\pi} \leq SH, \\ 0, & \frac{|k|}{2\pi} > SH, \end{cases} \quad (3.15)$$

WH dan SH adalah parameter frekuensi. Algoritma ini akan memotong frekuensi yang lebih besar dari SH dan meloloskan frekuensi yang lebih kecil dari WH . Granser (1986) menunjukkan nilai *cutoff* frekuensi $f_0 = \ln(2)/2\pi M$, akan menunjang proses iteratif pada persamaan (3.12), jika $h(x)$ telah dibatasi dengan $M = \max(|h(x)|)$.

METODE PENELITIAN

Pemrosesan data gaya berat biasa juga dengan reduksi data gravitasi. Perubahan anomali gaya berat yang terekam dengan gravimeter pada beberapa tempat umumnya dipengaruhi oleh hal-hal yang tidak terkait dengan geologi bawah permukaan yang akan diteliti. Untuk menghilangkan pengaruh gangguan-gangguan tersebut dilakukan koreksi-koreksi antara lain koreksi apungan (*drift correction*), koreksi pasang surut (*tidal correction*), koreksi udara bebas (*free-air correction*), koreksi Bouguer dan koreksi medan (*terrain correction*). Pemrosesan data tersebut menggunakan komputer dengan *software* MS. Excel. Setelah pengoreksian data, dilakukan estimasi kedalaman menggunakan power spektrum. Hasil pembacaan yang telah dikoreksi berupa Bouguer anomali dan nilai estimasi kedalaman batas regional dan residual akan diolah kembali. Proses

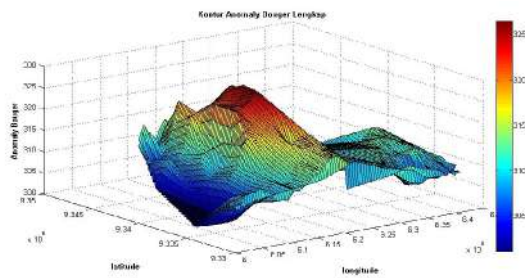
pengolahan data dilakukan menggunakan *software* Matlab dengan membuat *command* berisi algoritma inverse 3-D gaya berat berdasarkan metode *Fast Fourier Transform* yang diperkenalkan Parker dan Oldenburg.

Dimulai dengan menentukan parameter-parameter yang dibutuhkan seperti jumlah baris dan kolom yang diinginkan, jarak data pada daerah pengukuran, kontras densitas, kedalaman batas anomali regional dan residual, frekuensi *cut-off* terkecil dan terbesar yang akan digunakan untuk memfilter nilai anomali. Dengan melakukan filter, maka nilai interpolasi yang menyebar disepanjang daerah penelitian akan didapatkan. Hasil interpolasi yang sudah ada, selanjutnya diubah dalam bentuk *array* satu dimensi yang menunjukkan nilai anomali Bouguer sepanjang sumbu x . Setelah menyimpan data dan parameter ditentukan, Matlab selanjutnya akan memprosesnya dan menampilkan hasil perhitungan. Data bouguer anomali direndahkan untuk meminimalkan efek anomali regional dan residual yang kemudian ditransformasikan menggunakan fungsi FFT pada Matlab untuk menghitung matriks spectrum amplitude. Proses iterasi akan dimulai dengan menggunakan suku pertama yang dihitung berdasarkan formula Parker yang menghasilkan topografi (dalam domain bilangan gelombang). Penggunaan fungsi inversi FFT akan menghitung topografi dalam domain ruang yang tentunya dalam bilangan gelombang. Suku pertama yang telah dihitung akan digunakan untuk menghitung inversi suku kedua dan dilakukan proses ini seterusnya sehingga didapat nilai error (RMS) yang diinginkan. Dalam algoritma Matlab yang digunakan, disediakan jumlah proses iterasi maksimal adalah sepuluh kali iterasi. Pada akhir iterasi, Matlab akan menampilkan tiga kontur baru yang merupakan inverse topografi, anomali gravitasi yang terjadi berdasarkan perhitungan inverse topografi menggunakan metode Parker serta selisih antara nilai gravitasi yang dihitung dengan pemodelan gaya berat yang dilakukan.

HASIL PENELITIAN

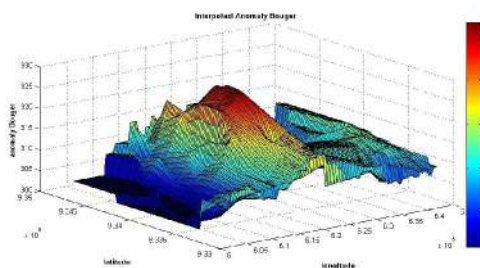
a. Anomali Bouguer

Kontur anomali Bouguer (Gambar 5.1) merupakan peta anomali medan gravitasi yang menggambarkan pola penyebaran densitas batuan. Anomali ini masih dipengaruhi batuan yang letaknya dangkal (residual) dan batuan yang terletak pada bagian dalam (regional).



Gambar 1. Kontur anomali Bouguer lengkap daerah Banten

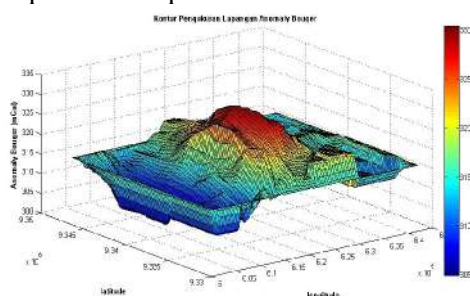
Gambar 1 memperlihatkan nilai anomali Bouguer pada daerah penyelidikan berkisar antara 299 – 326 mGal dengan asumsi nilai rata-rata batuan pada kawasan regional adalah 2.67 g/cm^3 sementara pada daerah lokal, rata-rata batuan memiliki nilai densitas sebesar 2.10 g/cm^3 (Gunawan, 2011). Sehingga didapat nilai kontras densitas sebesar 0.57 g/cm^3 . Pada Gambar 4.13 diperlihatkan kontur anomali Bouguer lengkap daerah Banten yang telah diinterpolasi menggunakan program Matlab.



Gambar 2 Kontur Interpolasi Anomali Bouguer Daerah Banten

b. Anomali Regional dan Residual

Kontur anomali regional didapat dari pemisahan anomali Bouguer lengkap menjadi anomali regional dan residual (lokal). Anomali ini lebih mencerminkan keadaan struktur batuan dasar. Pemisahan dilakukan dengan analisa *trend surface* pada orde tinggi sehingga dihasilkan nilai rata-rata anomali panjang gelombang pendek yang memberikan informasi dangkal dari anomali Bouguer. Dalam proses selanjutnya nilai anomali Bouguer dikurangkan dengan nilai residual sehingga menghasilkan gambaran kontur anomali regional yang diperlihatkan pada Gambar 3.

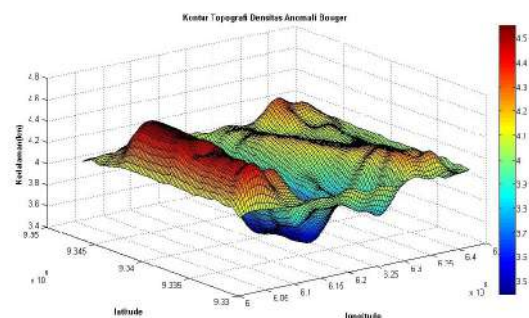


Gambar 3. Kontur Anomali Regional Daerah Banten

Anomali residual merupakan hasil substraksi pemisahan anomali Bouguer lengkap dengan anomali regional. Kontur anomali residual menggambarkan struktur dangkal seperti struktur sesar. Pola anomali sisa ini memiliki kemiripan dengan pola anomali regionalnya, hal ini menggambarkan keberadaan batuan di dekat permukaan yang dipengaruhi juga oleh batuan dasar yang mendangkal.

c. Inversi Anomali Bouguer

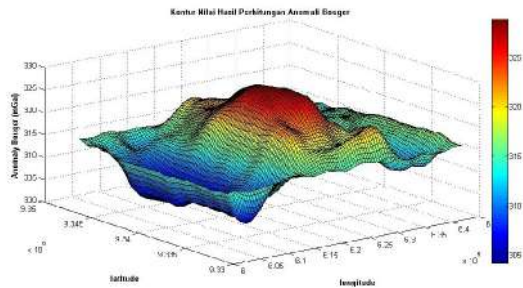
Pemodelan topografi akibat perbedaan densitas dilakukan dengan ekspansi persamaan Parker dan Oldenburg yang menerapkan metode *Fast Fourier Transform*. Model yang didapat diperlihatkan dalam Gambar 5.4. Data gaya berat yang telah direduksi dengan berbagai koreksi menyebabkan bumi seperti permukaan datar. Topografi yang terlihat pada peta adalah geometri yang disebabkan perbedaan densitas di dalam bumi terhadap nilai kedalaman rata-rata yang telah diestimasi dengan power spektrum. Pada kontur terlihat cekungan ke arah luar sampai pada kedalaman 3.5 km. Hal ini sesuai dengan keadaan geologi daerah penelitian yang sedang mengalami intrusi magma.



Gambar 4. Topografi Densitas akibat inversi Anomali Bouguer

d. Anomali Bouguer Hasil Perhitungan

Setelah proses inversi dilakukan, data kedalaman topografi densitas digunakan kembali untuk pemodelan *forward* yang memperkirakan nilai anomali Bouguer. Data yang didapat lalu diplot menjadi kontur gravitasi Bouguer seperti pada Gambar 5. Kontur yang terbentuk dari hasil perhitungan memiliki pola yang sama dengan kontur anomali gravitasi hasil perhitungan dengan lapangan. Batas-batas tepi hasil perhitungan lebih *smooth* jika dibanding kontur pada pengukuran, dikarenakan pada pengukuran, batas tepi dibuat dengan metode interpolasi.

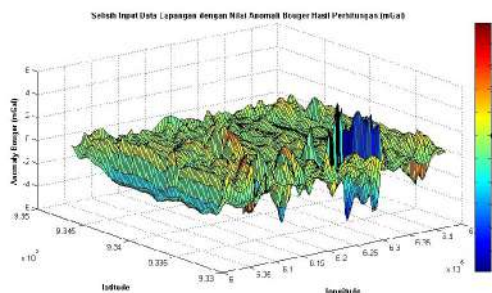


Gambar 5. Kontur Anomali Bouguer Hasil Perhitungan

e. Selisih Anomali Bouguer hasil pengukuran lapangan dengan Anomali Hasil Perhitungan

Proses iterasi dihentikan saat RMS mencapai kriteria yang ditentukan. Nilai anomali Bouguer yang didapat dari hasil pengukuran lapangan dikurangi dengan anomali Bouguer yang merupakan hasil *forward* dari model topografi densitas akibat inversi anomali Bouguer. Nilai selisih selanjutnya diplot dalam kontur yang ditunjukkan Gambar 5.6. Nilai selisih anomali hasil perhitungan dengan pengukuran dilapangan berada pada nilai sekitar -3 mGal sampai 2 mGal dengan range keseluruhan nilai anomali pengukuran adalah 25 mGal. Perbedaan nilai dapat dikarenakan proses interpolasi.

Proses iterasi berhenti saat nilai *convergence* yang ditetapkan terlampaui. Jumlah iterasi dan RMS error dari program dilihat dari *command window* pada tampilan Gambar 5.7. Proses iterasi untuk nilai topografi berhenti pada saat RMS error sekitar 0,10024%.



Gambar 6. Selisih input data lapangan dengan data hasil perhitungan



Gambar 7. Jumlah Iterasi dan RMS error

PENUTUP

Hasil pemograman menampilkan kontur topografi yang dihasilkan dari proses inversi, kontur gravitasi hasil perhitungan serta kontur perbedaan hasil pemodelan dengan data hasil perhitungan. Iterasi akan berhenti ketika kesalahan RMS lebih rendah dari nilai yang ditentukan sebagai kriteria konvergen atau sampai iterasi maksimum tercapai. Hasil inversi menunjukkan proses iterasi untuk nilai topografi berhenti pada saat RMS error sekitar 0,10024% pada iterasi keempat. Topografi yang terbentuk sesuai dengan keadaan geologi daerah penelitian yang sedang mengalami intrusi magma, terlihat dari undulasi yang diperlihatkan.

DAFTAR PUSTAKA

- Alimuiddin. 2008. *Analisis Power Spektrum Data Gaya Berat untuk Memperkirakan bidang batas anomali lokal-regional*. Prosiding. Mipa Fisika UNILA.
- Blakely, R. J., 1995. *Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications*, 1st edition. New York, USA. Cambridge University States.
- Bracewell, R., 1965. *The Fourier transform and its applications*. McGraw-Hill, New York.
- Handayani, G., Srigutomo, W., 2012. *Laporan Anomali Gaya Berat Banten*. Fisika ITB.
- Indriana, R.D., 2008. *Estimasi ketebalan sedimen dan kedalaman diskontinuitas Mohorovicic daerah Jawa Timur dengan analisis power spectrum data anomali gravitasi*. Fisika Berkala Vol. 11, No.2, hal 67-74.
- Parker, R.L., 1972. *The rapid calculation of potential anomalies*. Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society 31, 447-455.
- Parker, R.L., 1977. *Understanding Inverse Theory*. Annual Reviews Earth Planet. Sci 5:35-64.
- Riyanto, S., Purwanto, A., Supardi. 2009. *Algoritma Fast Fourier Transform (FFT) Decimation in Time (DIT) dengan resolusi 1/10 Hertz*.
- Telford, W.M., Geldart, L.P., Sheriff, R.E., Keys D.A., 1979. *Applied Geophysics* 1st edition. Cambridge University Press.